ОПТИМИЗАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ НА МНОЖЕСТВЕ РАЗМЕЩЕНИЙ

О.А. Емец[1], Т.Н. Барболина[2]

[1]Полтавский университет экономики и торговли, Коваля 3, 36014 Полтава, Украина
yemetsli@ukr.net
[2]Полтавский национальный педуниверситет, Остроградского 2, 36003, Полтава, Украина
tm-b@ukr.net

При решении проблем в различных отраслях науки и техники важную роль играют оптимизационные задачи комбинаторного типа и методы их решения. Актуальным направлением исследований в области комбинаторной оптимизации являются методы и алгоритмы евклидовой комбинаторной оптимизации. Задачи в этой области классифицируют как по виду целевой функции и дополнительных ограничений, так и в соответствии с евклидовым комбинаторным множеством, которое определяет комбинаторное ограничение. Таким образом выделяют оптимизационные задачи на перестановках, сочетаниях, полиперестановках и т.д. В данном докладе рассматривается решение оптимизационных задач на общем множестве размещений.

Пусть $G = \{g_1, \ldots, g_\eta\}$ – некоторое мультимножество, то есь совокупность элементов, среди которых могут быть и одинаковые, $E^k_\eta(G)$ – общее множество k-размещений (т.е. множество всех упорядоченных k-выборок) из мультимножества G. Если $k = \eta$, $E^k_\eta(G)$ является общим множеством перестановок (обозначается $E_k(G)$). Обозначим также $J_n = \{1, 2, \ldots n\}$ — множество n первых натуральных чисел.

В работах [1–3] изучены свойства допустимой области оптимизационных задач на размещениях, особенности решения безусловных задач комбинаторной оптимизации на размещениях. В частности, установлено, достаточное условие того, что точка является решением линейной безусловной задачи минимизации на размещениях, т.е. задачи поиска пары $< L(x^*), x^* >$ такой, что

$$L(x^*) = \min_{x \in E^k_\eta(G)} \sum_{j=1}^{k} c_j x_j,\ x^* = arg \min_{x \in E^k_\eta(G)} \sum_{j=1}^{k} c_j x_j. \tag{1}$$

Исследование свойств безусловных задач на размещених было продолжено в [4], где было установлено также достаточное условие решения.

Теорема 1. *Пусть элементы мультимножества в задаче (1) удовлетворяют условию*

$$0 \le g_1 \le \ldots \le g_\eta, \tag{2}$$

а коэффициенты целевой функции — условию

$$c_{q_1} = \ldots = c_{q_2 - 1} > c_{q_2} = \ldots = c_{q_3 - 1} > \ldots > c_{q_s} = \ldots = c_k,$$

причем r – наибольший индекс такой, что $c_{q_r} > 0$, а t – наименьший индекс такой, что $c_{q_t} < 0$. Точка x^* является минималью в задаче (1) тогда и только тогда, когда она удовлетворяет условиям

$$\left(x^*_{q_w}, ..., x^*_{q_{w+1}-1}\right) \in E_{m_w}(G^w)\ \forall w \in J_r, G^w = \left\{g_{q_w}, ..., g_{q_{w+1}-1}\right\},\ m_w = |G^w|$$
$$\left(x^*_{q_w}, ..., x^*_{q_{w+1}-1}\right) \in E_{\bar{m}_w}(\bar{G}^w)\ \forall w \in J_k \setminus J_{t-1},\ \bar{G}^w = \left\{g_{\eta-k+q_w}, ..., g_{\eta-k+q_{w+1}-1}\right\},\ \bar{m}_w = |G^w|.$$

В работах [5–8] исследовалось решение линейных условных задач оптимизации на размещениях. Предложены методы на разных идейных основаниях. Методы отсечения [5–7] используют идейную близость задач комбинаторной и дискретной оптимизации. Другой подход состоит в использовании разбиения многогранника на классы эквивалентности с последующим направленным перебором полученных классов [8]. Этот подход был распространен также на решение оптимизационных задач с дробно-линейной целевой функцией [9].

Актуальным направлением исследованием в области оптимизации является рассмотрение задач с различными видами неопределенности, в том числе стохастической. Один из возможных подходов к постановкам оптимизационных задач на размещениях с вероятностной неопределенностью предложены в [10], [11]. Этот подход основывается на введении отношения линейного порядка на множестве случайных величин или на фактор-множестве по некоторому отношению эквивалентности.

В рамках такого подхода к постановкам оптимизационных задач исследуются свойства линейных безусловных задач на размещениях, возможность применения метода ветвей и границ для решения линейных задач с дополнительными ограничениями.

Рассмотрение оптимизационных задач в условиях неполной информации позволит осуществлять построение адекватных моделей для большего числа практически значимых задач.

Литература

1. Стоян Ю.Г., Ємець О.О. *Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації.* Київ: Інститут системних досліджень освіти, 1993.

2. Emets' O.O., Roskladka O.V., Nedobachii S.I. *Irreducible System of Constraints for a General Polyhedron of Arrangements* // Ukrainian Mathematical Journal. 2003. Vol. 55. Iss. 1. P. 1–12.

3. Ємець О.О., Черненко О.О. *Оптимізація дробово-лінійної функції на розміщеннях: властивості допустимої області* // Наукові вісті НТУУ "КПІ". 2006. № 5. С. 22–29.

4. Барболіна Т.М. *Властивості лінійних безумовних задач оптимізації на розміщеннях* // Збірник наукових праць викладачів, аспірантів, магістрантів і студентів фізико-математичного факультету. Полтава: Астрая, 2015.

5. Емец О.А., Барболина Т.Н. *Комбинаторная оптимизация на размещениях.* К.: Наук. думка, 2008.

6. Емец О.А., Барболина Т.Н. *Решение линейных задач оптимизации на размещениях методом отсечения* // Кибернетика и системный анализ. 2003. № 6. С. 131–141.

7. Барболина Т.Н., Емец О.А. *Полностью целочисленный метод отсечения для решения линейных условных задач оптимизации на размещениях* // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2005. Т. 45. № 2. С. 254–261.

8. Емец О.А., Барболина Т.Н. *Решение задач евклидовой комбинаторной оптимизации методом построения лексикографической эквивалентности* // Кибернетика и системный анализ. 2004. № 5. С. 115–125.

9. Емец О. А., Барболина Т.Н., Черненко О.А. *Решение задач оптимизации с дробно-линейными целевыми функциями и дополнительными ограничениями на размещениях* // Кибернетика и системный анализ. 2006. № 5. С. 79–85.

10. Емец О.А., Барболина Т.Н. *Об оптимизационных задачах с вероятностной неопределенностью* // Доповіді Національної академії наук України. 2014. № 11. С. 40–45.

11. Емец О.А., Барболина Т.Н. *Линейные порядке на множестве дискретных случайных величин: использование в комбинаторной оптимизации* // Дискретные модели в теории управляющих систем : IX Международная конференция, Москва и Подмосковье, 20-22 мая 2015 г. : труды – М.: МАКС Пресс, 2015. С. 76–79.